



Миникурс лаборатории Чебышева Иван Лосев (Northeastern University)



«Вокруг представлений колчанов»

Лекция 1: 27 марта (пн), 17:00 – 18:30, ауд. 413.

Лекция 2: 28 марта (вт), 17:00 – 18:30, ауд. 413.

Лекция 3: 29 марта (ср), 17:00 – 18:30, ауд. 413.

Лекция 4: 31 марта (пт), 17:00 – 18:30, ауд. 413.

В этом курсе мы обсудим подход к теории представлений колчанов, основанный на использовании т.н. деформированных препроективных алгебр, а также другие приложения этих алгебр. Попутно мы обсудим всякие важные математические понятия – алгебры Каца-Мути, отображения моментов, факторы по действию групп, и прочие.

Описание: Колчан – это ориентированный граф. Представление колчана – это набор векторных пространств, по одному для каждой вершины, и линейных отображений между ними, по одному для каждой стрелки. Основная задача при изучении таких представлений является их классификация с точностью до замены базисов в пространствах, это обобщение классических задач классификации матриц из линейной алгебры.

Задача классификации сводится к случаю неразложимых (в прямую сумму) представлений. Основным результатом здесь – это теорема Каца, [1], которая описывает размерности, в которых могут встретиться неразложимые представления, а также количество непрерывных параметров, которое нужно для описания неразложимых представлений (с точностью до замены базиса). Ответ дается в терминах комбинаторики алгебр Каца-Муди – алгебр Ли, обобщающих конечномерные простые алгебры Ли.

Доказательство Каца очень неэлементарно, например, оно использует подсчет количества точек в многообразиях над конечными полями и гипотезы Вейля, доказанные Делинем. Кроули-Буви, [2], удалось передоказать большую часть результатов Каца более элементарными методами. Его подход основан на использовании т.н. деформированных препроективных алгебр, введенных в [4]. Эти алгебры, помимо всего прочего, имеют другие приложения. Например, в [3], теория представлений деформированных препроективных алгебр использована для решения аддитивной задачи Делиня-Симпсона: выяснить, когда в данных классах сопряженности найдутся матрицы, сумма которых равна 0, и у которых нет нетривиального общего устойчивого подпространства.

Прerequisites. Базовые понятия алгебраической геометрии, теории представлений, гомологической алгебры и теории категорий. Понимание структурной теории полупростых алгебр Ли (корни, группа Вейля, и т.д.).

Список литературы

[1] V. Kac, Infinite root systems, representations of graphs and invariant theory, *Invent. Math.* 56 (1980), 57-92.

[2] W. Crawley-Boevey, Geometry of the moment map for representations of quivers, *Compositio Math.* 126 (2001), 257–293.

[3] W. Crawley-Boevey, On matrices in prescribed conjugacy classes with no common invariant subspace and sum zero, *Duke Math. J.* 118 (2003), 339-352.

[4] W. Crawley-Boevey and M.P. Holland, Noncommutative deformations of Kleinian singularities, *Duke Math. J.* 92 (1998), 605-635.